

ANALISA NON – LINIER DENGAN PENDEKATAN SMEARED CRACK DAN SMEARED ELEMENT MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA PADA DINDING GESER BETON BERTULANG

Fatkurotif¹, Sri Murni Dewi², Achfas Zacoeb²

Universitas Brawijaya

ABSTRAK

Banyak studi numerik menggunakan metode elemen hingga untuk menganalisis perilaku struktur beton bertulang, masalah keretakan beton dan hancur beton di area tekan merupakan masalah utama dalam memprediksi perilaku struktur dinding geser dibeton bertulang. Analisa metode elemen hingga pada penelitian ini memasukkan faktor keretakan dan hancur beton di area tekan sebagai parameter untuk memberikan prediksi pada respons non-linear dinding geser beton bertulang, dengan menggunakan model elemen isoparametrik delapan titik nodal dengan jumlah 90 elemen selanjutnya hasil dari kajian numerik dibandingkan dengan hasil eksperimental yang dilakukan oleh peneliti sebelumnya. Model dinding geser yang digunakan yaitu specimen SW-50 dengan prosentase tulangan 2.54 %. Parameter material dinding geser antara lain : kuat tekan $f'_c = 20$ mpa, tegangan leleh baja 386 mpa dan modulus elastisitas baja $E_s = 210000$ mpa. Analisa numerik dilakukan dengan pembebanan lateral bertahap dimulai dari kondisi elastis, kondisi retak dan hancur tekan. Hasil perhitungan ini berupa kurva beban – drift dan gambar pola keretakan dinding geser. Setelah dibandingkan dengan hasil kajian eksperimental, kurva beban – drift hasil analisa numerik cukup berhimpit jika dibandingkan dengan kurva beban - drift hasil eksperimental begitu juga dengan pola perambatan retaknya.

Kata kunci : dinding geser, metode elemen hingga, numerik, non-linear, pola retak, kurva beban – perpindahan.

1. PENDAHULUAN

Untuk mengetahui perilaku struktur dinding geser beton bertulang pada umumnya dilakukan dengan melakukan pengujian di laboratorium, pada uji experimental ini akan didapatkan gambaran nyata perilaku dinding geser secara menyeluruh, namun akan terdapat banyak kendala dalam pelaksanaan uji experimental dilaboratorium selain kapasitas dan fasilitas laboratorium yang harus memadai, kendala kendala lain yaitu konsekuensi biaya dan waktu pelaksanaan akan menyulitkan proses pelaksanaan uji laboratorium. Pada

Received: 11 Agustus 2017; Accepted: 8 September 2017; Published: 30 September 2017

* ¹ Mahasiswa / ² Dosen / Jurusan Teknik Sipil / Fakultas Teknik Universitas Brawijaya

Jl. MT. Haryono No. 167 Malang, 65145, Jawa Timur

Korespondensi : fat291177@gmail.com

umumnya dilapangan struktur dinding geser memiliki ukuran yang sangat besar yang juga tidak mungkin harus dilakukan uji sekala penuh, menggunakan sekala model akan mereduksi tingkat akurasi dari perilaku sebenarnya dari struktur dinding geser. Dari banyaknya kendala dalam pengujian experimental tentu harus didapatkan solusi lain untuk mengatasi kondisi tersebut. Solusi numerik atau metode elemen hingga merupakan salah satu metode yang tepat untuk mengetahui perilaku baik linier maupun sampai tahap non-linear terhadap struktur dinding geser beton bertulang. Konsep dasar metoda elemen hingga adalah struktur kontinum ditinjau sebagai rangkaian elemen-elemen kecil yang terhubung dengan titik-titik nodal (node) yang terdapat pada tepi-tepi elemen. Setiap elemen mempunyai beberapa titik nodal dan masing-masing titik nodal mempunyai beberapa derajat kebebasan (degree of freedom).

Non-linieritas material pada struktur beton sangat dipengaruhi oleh munculnya retak karena setelah retak perilaku elemen beton berubah dari isotropik menjadi ortotropik, padahal pada tahap beton mengalami retak awal, baja tulangan masih dalam kondisi elastis. Pengaruh beban aksial juga akan mempengaruhi perilaku non-linearitas struktur, pada struktur yang hanya menerima beban lentur saja akan lebih cepat mengalami retak jika dibandingkan dengan struktur yang menerima beban lentur dan beban aksial tekan. Perilaku tersebut memerlukan cara khusus dalam mengevaluasi kekakuan elemen karena meskipun dalam kondisi elastis kekakuan material beton kenyataannya tidak menunjukkan sifat linier. Oleh karena itu pada setiap inkrementasi beban kekakuan material selalu diperbaiki. pada penelitian ini akan dikembangkan suatu model finite element yang dapat merepresentasikan perilaku dinding geser beton bertulang dengan memasukkan sifat non-linieritas material sehingga dapat mensimulasikan pola serta perambatan retak pada setiap inkrementasi beban lateral.

Adapun maksud dan tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Untuk mengetahui perilaku non-linear dinding geser beton bertulang menggunakan metode elemen hingga smeared element (elemen terdistribusi merata).
2. Untuk mendapatkan gambaran mengenai pola retak dan perambatan retak dinding geser beton bertulang menggunakan metode elemen hingga smeared element (elemen terdistribusi merata).
3. Untuk mengetahui tingkat akurasi metode elemen hingga smeared element (elemen terdistribusi merata) jika dibandingkan dengan hasil eksperimental pada dinding geser beton bertulang.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Dinding Geser

Dinding geser merupakan suatu subsistem gedung yang memiliki fungsi utama untuk menahan gaya lateral akibat beban gempa. Keruntuhan pada dinding geser disebabkan oleh momen lentur karena terjadinya sendi plastis pada kaki dinding. Semakin tinggi suatu gedung, simpangan horizontal yang terjadi akibat gaya lateral akan semakin besar, untuk itu sering digunakan dinding geser pada struktur bangunan tinggi untuk memperkaku struktur sehingga simpangan yang terjadi dapat berkurang. Dinding geser juga berfungsi untuk mereduksi momen yang diterima struktur rangka sehingga dimensi struktur rangka dapat dibuat seefisien mungkin pada struktur bangunan tinggi akibat gaya lateral. Gaya lateral yang terjadi pada suatu gedung, baik diakibatkan oleh beban gempa maupun angin akan disebar melalui struktur lantai yang berfungsi sebagai diafragma horizontal yang kemudian akan ditahan oleh dinding geser karena memiliki kekakuan yang besar untuk menahan gaya lateral.

2.2 Analisa non-linear

Model elemen smeared element pertama kali diusulkan oleh Rashid seperti dikutip oleh subranto (2007), pada model ini baja tulangan dianggap terdistribusi merata dengan element beton, retak yang terbentuk pada element juga dianggap merata pada elemen. beton dalam kondisi elastis penuh dianggap sebagai material isotropik sedangkan setelah retak dianggap sebagai material ortotropik

Ibrahim & Suter (1994) melakukan pemodelan struktur dinding geser beton bertulang menggunakan metode Elemen terdistribusi merata. secara prinsip sama dengan yang diungkapkan oleh Veccio (1989) akan tetapi pada matrik konstitutif beton terdapat perbedaan, pada kondisi orthotropik tetap memasukkan unsur poisson rasio tanpa faktor retensi geser (β) pada modulus gesernya. Akibat pengaruh beban aksial yang secara otomatis akan meningkatkan kapasitas lentur maupun geser. Pembahasan mengenai matrik kekakuan isotropik dan ortotropik akan dibahas pada bab selanjutnya.

2.3 Pemodelan elemen beton

Pada daerah tarik dan tekan, sebelum retak atau hancur tekan, beton dianggap sebagai material isotropik dengan matrik kekakuan isotropik tarik sebagai berikut:

$$D'_m = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Setelah beton yang mengalami retak akan didahului oleh terjadinya tegangan tarik yang melampaui tegangan tarik beton. Kegagalan material akan menyebabkan degradasi kekakuan geser dan kekakuan normal. Jika tegangan tarik lebih besar dari tegangan tarik beton, hubungan tegangan dan regangan material berubah menjadi persamaan berikut.

$$D'_m = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} \eta_n & \nu\eta_n & 0 \\ \nu\eta_n & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_s \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

pada daerah tekan dimana tegangan tekan terjadi cukup besar akibat beban lateral dan beban aksial maka jika beton mengalami hancur tekan (crushed) maka terjadi perubahan dari matrik isotropik tekan ke matrik orthotropik tekan, matrik orthotropik tekan seperti persamaan 2.3.

$$D'_m = \frac{1}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} E_1 & \nu E_{12} & 0 \\ \nu E_{12} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} E_{12} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

dengan

E_1 = Modulus tarik beton,

E_2 = modulus tekan beton.

$$\eta_n = 0.001, \eta_s = 0.5$$

2.4 Pemodelan elemen baja tulangan

Baja tulangan yang digunakan dalam struktur beton bertulang dalam arah memanjang berfungsi menerima tegangan tarik sedang pada arah transversal difungsikan untuk menerima tegangan geser. Secara umum material baja mempunyai karakteristik yang sama atau dapat dikategorikan pada material homogen isotropik, dimana partikel pembentuk ke seluruh ke arah merupakan satu jenis partikel. Hal ini yang membuat karakteristik baja menjadi lebih sederhana dibandingkan material beton. Model elemen terdistribusi merata menganggap bahwa tulangan terdistribusi secara merata pada elemen beton dengan arah tertentu. Hubungan tegangan-regangan dimasukkan ke dalam konstitutif material beton, sehingga pada model ini konstitutif yang digunakan adalah kekakuan komposit antara beton dan tulangan. Model ini juga menganggap bahwa interaksi antara tulangan dan beton lekat sempurna yang artinya dalam perhitungan diasumsikan tidak terjadi bond slip.

Vecchio (1989) yang memodelkan tulangan longitudinal dan transversal sebagai model terdistribusi merata untuk menganalisa perilaku membrane beton bertulang. Hubungan konstitutif tulangan dinyatakan dalam persamaan (2.4), yang kemudian ditambahkan secara langsung dengan matrik kekakuan material beton.

$$D'_s = \begin{bmatrix} \rho_n E_n & 0 & 0 \\ 0 & \rho_s E_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

dengan D'_s adalah matrik konstitutif material, ρ_n dan ρ_s masing - masing adalah rasio tulangan arah sumbu memanjang dan melintang tulangan, sedangkan E_n dan E_s adalah modulus sekan baja tulangan. Penggabungan antara matrik kekakuan beton dan matrik kekakuan tulangan pada kondisi beton isotropik adalah.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \left[\frac{E_c}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_n E_n & 0 & 0 \\ 0 & \rho_s E_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \lambda_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

Matrik kekakuan elemen beton dan tulangan dimana beton sudah mengalami retak akan tetapi baja tulangan masih elastis, persamaanya menjadi

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \left[\frac{E_c}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} \eta_n & \nu \eta_n & 0 \\ \nu \eta_n & \eta_n & 0 \\ 0 & 0 & \eta_s \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_n E_n & 0 & 0 \\ 0 & \rho_s E_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \lambda_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

Dengan nilai η_n dan η_s mempunyai nilai poisson rasio tetap. Sedangkan untuk matrik kekakuan element beton dan tulangan dimana beton sudah mengalami hancur tekan, maka persamaanya adalah :

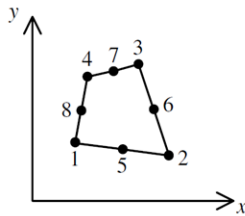
$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \left[\frac{1}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} E_1 & \nu E_{12} & 0 \\ \nu E_{12} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} E_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_n E_n & 0 & 0 \\ 0 & \rho_s E_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \lambda_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

Dengan nilai poisson rasio tetap, E_1 dan E_2 merupakan modulus sekan tarik dan tekan,

$$E_{12} = \sqrt{E_1 E_2}$$

2.5 Analisa metode elemen hingga

Struktur dinding geser pada tesis ini dihitung menggunakan metode elemen hingga dimana untuk struktur dinding geser dengan ketebalan konstan dan terbatas sehingga model plane stress lebih tepat dipakai dalam pemodelan ini, pada model plane stress tegangan yang terjadi pada arah tegak lurus bidang dianggap nol.



Gambar 2.1 Elemen kuadrat kuadrilateral

Sumber : Kattan (2008)

matrik hubungan konstitutif tegangan - regangan $[D]$ ada beberapa bentuk tergantung pada kondisi tegangan material yang dianalisa, kondisi material isotropik dan kondisi orthotropik dijelaskan pada persamaan (2.1 - 2.7), sedangkan matrik kekakuan elemen kuadrat kuadrilateral 8 titik nodal adalah sebagai berikut :

$$[k] = t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] [J] d\xi d\eta \quad (2.8)$$

Dimana t adalah ketebalan elemen, $[J]$ adalah matrik Jacoby. Elemen quadrilateral 8 titik nodal memiliki ukuran 16 degrees of freedom dengan 2 degree of freedom pada masing - masing titik nodalnya. Matrik kekakuan global $[K]$ memiliki ukuran matrik $2n \times 2n$ dimana n adalah jumlah titik nodal, , jika matrik kekakuan global sudah didapatkan maka akan didapatkan persamaan struktur sebagai berikut :

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (2.9)$$

Dimana U adalah vektor perpindahan global dan F adalah vektor gaya, untuk mendapatkan vektor tegangan digunakan persamaan berikut ini.

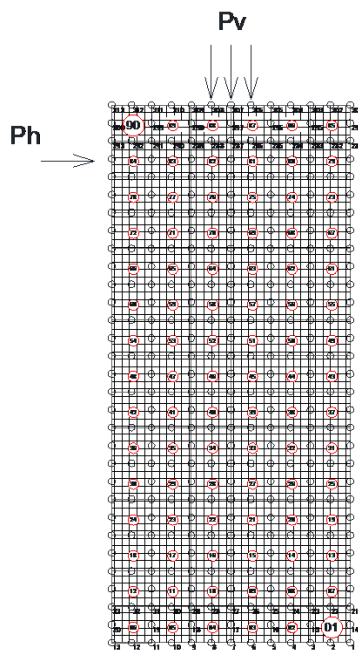
$$\{\sigma\} = [D][B]\{u\} \quad (2.10)$$

3. METODOLOGI PENELITIAN



Studi numerik pada tesis ini digunakan untuk memprediksi perilaku dinding geser dalam hal beban - drift dan pola perambatan retak menggunakan model elemen terdistribusi merata. Validasi perhitungan sangat perlu dilakukan untuk mengetahui tingkat akurasi perhitungan apakah sudah mendekati hasil eksperimental atau tidak. Dalam tesis ini digunakan data hasil experimental struktur dinding geser beton bertulang yang dilakukan oleh Jogi Silalahi (2007) yang berupa kurva beban - drift dan pola

keretakan struktur. Pada pengujian tersebut peneliti melakukan pengujian terhadap spesimen dinding geser beton bertulang yaitu spesimen SW-50 berupa dinding geser dengan ukuran 800 x 400 mm dengan ketebalan dinding 80 mm, jarak tulangan longitudinal Ø8-50, sedangkan jarak antar tulangan transversal Ø8-150. Beban aksial konstan $P = 30$ kN, tegangan tekan beton 20 Mpa, tegangan leleh

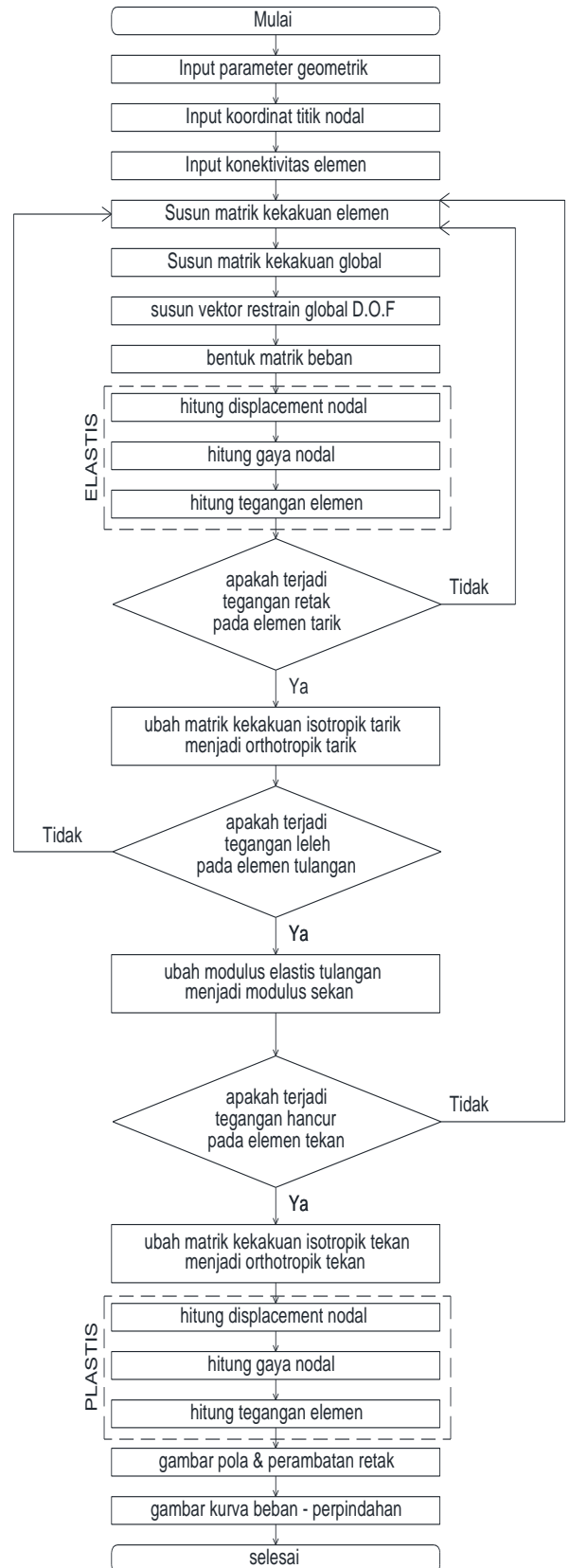
baja tulangan vertical dan horizontal $f_y = 378.86$ Mpa, modulus elastis baja $E_s = 210.000$ mpa. Aspek rasio dinding geser $a = 2$, perilaku lentur, rasio tulangan $\rho = 2.52\%$.



Keterangan :

-  Elemen dengan tulangan smeared lentur
-  Elemen dengan tulangan smeared geser

Gambar 3.1. Diskritisasi elemen dinding geser beton bertulang (*spesimen SW-50*)



Gambar 3.2. diagram alir analisa non-linear metode elemen terdistribusi merata

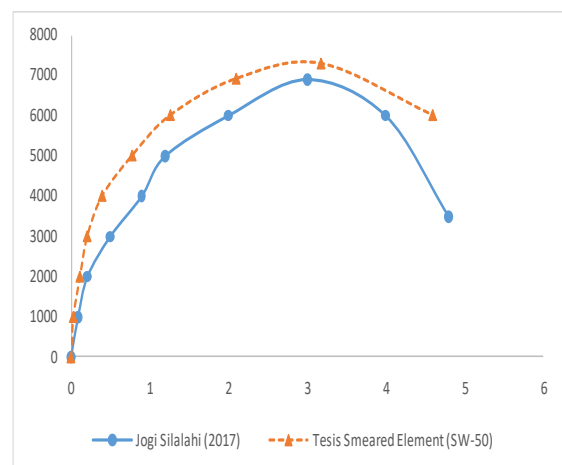
Alogaritma program untuk analisa dinding geser beton bertulang dilakukan dengan melakukan analisa pembebanan bertahap untuk mendapatkan respons non-linear dinding geser beton bertulang. Pada setiap tahapan pembebanan akan dilihat elemen mana yang telah mengalami retak akibat beban tarik (*tension region*), jika ada elemen yang mengalami retak yang berarti tegangan utama elemen melebihi tegangan tarik beton maka matrik kekakuan harus dirubah dari isotropik menjadi ortotropik, juga pada kondisi area tekan (*compression region*) jika pada tahapan pembebanan terjadi tegangan hancur dimana tegangan tekan pada pusat elemen lebih besar dari tegangan hancur beton (f_{cu}) maka matrik kekakuan elemen isotropik harus dirubah ke matrik kekakuan ortotropik dan dilanjutkan dengan inkrementasi beban selanjutnya. Pada masing – masing tahapan beban didapatkan hasil output program berupa nilai beban dan nilai perpindahan horizontal, nilai – nilai tersebut yang akan digunakan untuk mendapatkan kurva non linear beban – drift.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil kajian numerik yang telah dilakukan dalam hal ini akan dilakukan komparasi dengan hasil eksperimental yang dilakukan oleh peneliti sebelumnya untuk mengetahui tingkat akurasi baik dalam hal perilaku beban - drift maupun perambatan retaknya. Pembebanan lateral bertahap terhadap spesimen SW-50 di tunjukkan pada tabel 4.1.

Tabel 4.1 Beban inkrementasi SW-50

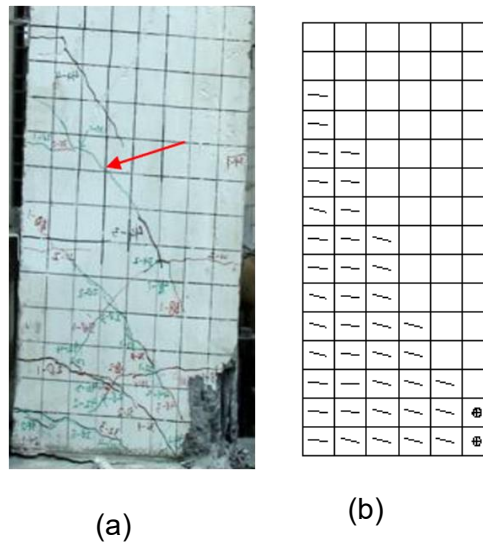
No	Penambahan Beban (kN)	Kumulatif (kN)
1	10	10
2	10	20
3	10	30
4	10	40
5	10	50
6	10	60
7	9	69
8	-1	68
9	-8	60



Gambar 4.1. kurva beban lateral – drift (%)

Dari gambar 4.1 dapat dijelaskan bahwa kurva hasil kajian numerik mendekati hasil uji eksperimental. Pada kondisi awal sampai pada kondisi retak awal kurva cenderung berhimpit namun selanjutnya terjadi penyimpangan yang dikarenakan oleh terjadinya *bond slip* tulangan sedangkan pada kajian numerik dengan metode elemen terbagi merata ini tidak memasukkan unsur *bond slip* sebagai parameternya sehingga terjadi deviasi yang cukup besar setelah beton mengalami keretakan.

Respons tersebut juga disampaikan oleh para peneliti sebelumnya seperti Subranto (2007) dan Veccio (1989).



Sumber : Jogi Silalahi (2017)

Gambar 4.2. pola retak spesimen SW-50

(a) Pola retak hasil uji eksperimental

(b) Pola retak hasil analisa numerik

Pada gambar 4.2a dan 4.2b dapat dijelaskan bahwa perambatan retak hasil analisa numerik mendekati hasil uji eksperimental begitu juga dalam hal elemen hancur beton pada area tekan, hasil Analisa numerik dengan metode ini cukup akurat menggambarkan kondisi perambatan hancur beton.

4. PENUTUP

4.1. Kesimpulan

Banyaknya variabel – variabel yang menentukan respons non-linear dinding geser beton bertulang yang belum bisa dimasukkan dalam analisis numerik kali ini menjadi kendala dalam memprediksi respons non-linear dinding geser yang sebenarnya ditambah lagi dengan kondisi bahwa beton merupakan komponen yang terdiri dari material mikro yang tersusun dari material komponen yang tidak homogen menjadi kendala tersendiri dalam melakukan kajian numerik. Dari kajian numerik dan dibandingkan dengan kajian eksperimental dapat disimpulkan beberapa hal antara lain.

1. Hasil analisa menunjukkan bahwa pada struktur dengan dominasi lentur dan beban aksial bisa mendekati dengan metode ini dengan hasil yang cukup akurat dalam hal respons linier maupun non-linier.
2. Perambatan retak hasil analisa numerik elemen merata cukup representatif untuk memprediksi perambatan retak sesungguhnya serta memprediksi pola perambatan hancur beton pada area tekan akibat pengaruh kombinasi beban lentur dan aksial.

4.2. Saran

Dari proses kajian numerik dan dibandingkan dengan kajian eksperimental yang telah dilakukan masih banyak kendala – kendala yang yang belum mampu terjawab dikarenakan belum adanya studi lanjutan mengenai variabel – variabel numerik untuk memprediksi berbagai kondisi penulangan dinding geser sehingga disarankan pada penelitian selanjutnya beberapa hal sebagai berikut :

1. Faktor dowel action tulangan lentur dinding geser dan faktor bond slip tulangan untuk dilakukan studi lanjutan sehingga kendala – kendala dalam memprediksi perilaku non-linear dinding geser lebih mendekati kenyataan dan dapat dilakukan terhadap berbagai variasi tulangan.
2. Jumlah diskritisasi elemen merupakan salah satu faktor yang menentukan ketelitian hasil analisis, disarankan menambahkan jumlah elemen dalam analisis elemen hingga agar tingkat ketelitian lebih besar.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Bhattacharya, (2014), A Strain Based Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams Using Secant Stiffness Approach, Journal of Structural Engineering (Madras), Agustus.
- Budi Utomo (2017), Pengaruh Rasio Tinggi - Lebar (H_w/L_w) Terhadap Kapasitas Beban Lateral Maksimum, Daktilitas dan Pola Retak Dinding Geser Bertulangan Ringan Akibat Beban Siklik, Laporan Hasil Penelitian, Universitas Brawijaya.
- Cook (1995), Finite Element Modeling for Stress Analysis, John Wiley and Son, Inc.
- Haas, Martin (1996), Investigation on Shear Including the Development of a Material Model for the FE Analysis of Cracked RC Structures, Phd Thesis, University of Sheffield.
- Gyoung Kwak, Hyo and Pil Kim, Sun (2002), Nonlinear Analysis of RC Beams Based on Momen - Curvature Relation, Elsevier Journal, Nopember.
- Gyoung Kwak, Hyo and C.Fillipou, Filip (1990), Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures Under Monotonic Loads, University of California Berkeley.
- Harajli, H Mohamed, Hamad, S Bilal, Rteil, A. Ahmad (2004), Effect of Confinement of Bond Strength Between Steel Bars and Concrete, ACI Structural Journal, September - Oktober.
- Ibrahim, K.S & Suter, G.T (1994), Smeared Crack Models for Reinforced Concrete Masonry Shear Wall Analysis.
- Khennane, Amar (2013), Finite Element Analysis Using Matlab and Abaqus, CRC Press.
- Kotsovos & Parlovic, M.N (1995), Structural Concrete Finite Element Analysis for Limit-State Design, Thomas Telford.
- Kattan, (2008), Matlab Guide to Finite Element An Interactive Approach, Sccond Edition, Springer.

- L.Logan, (2007), A First Course in the Finite Element Method, Fourth Edition, Thomson, University of Winsconsin - Platteville.
- Lin, Yun (2010), Tension Stiffening Model for Reinforced Concrete Based on Bond Stress Slip Relation.
- Nuroji, Besari, Imran (2010), Rotated Discrete Crack Model for Reinforced Concrete Structures, 35th Conference on Our World in Concrete & Structure, 25-27 Agustus, Singapore.
- Park, R. & Paulay, T. (1975), Reinforced Concrete Structure, John Wiley and Sons.
- Silalahi, Wibowo, Susanti, (2017), Pengaruh Variasi Jarak Tulangan Horizontal dan Kekangan Terhadap Pola Retak dan Momen Kapasitas Dinding Geser dengan Pembebanan Siklik (Quasi – Statis), Tugas Akhir S1, Universitas Brawijaya.
- Subranto (2007), Analisis Struktur Beton Bertulang Dengan Pendekatan Smeared Crack dan Smeared Element Menggunakan Metode Elemen Hingga, Tesis S2, Jurusan Teknik Sipil, Undip.
- Teh, Hsuan & Schnobrich (1990), William, Nonlinear Analysis of Cracked Reinforced Concrete.
- Veccio, F.J, (1989), Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Membranes, ACI Structural Journals, January - February.
- Wibowo A, Wilson JL, Lam NTK & Gad EF (2013) Seismic Performance of Lighly reinforced structural walls for design purposes. ICE, institution of civil engineers publishing, Magazine of concrete Research Volume 65 Issue 13.
- Yi, wu (2006), Post-Crack and Post-Peak Behavior of Reinforced Concrete Members by Nonlinear Finite Element Analysis, Phd Thesis, University of Hongkong.
- Zhang & Wang, Zhihao (2000), Seismic Behavior of Reinforced Concrete Shear Walls Subjected to High Axial Loading, ACI Structural Journal, September – Oktober.